

固体火箭发动机 喷管喉衬应力场的有限元法计算

北京航空航天大学 孙菊芳

摘 要

本文对固体火箭发动机复合结构喷管石墨喉衬在燃气压力和变温载荷作用下的二维应力场,采用有限元法进行了分析、计算。提供了该方法的力学模型与基本方法和算例。计算中考虑了材料的方向性。为了节约计算机内存,整体结构刚度矩阵 $[K]$ 采用了变带宽压缩存储法。为了验证理论计算结果的准确性,还与实验结果进行了对比,两者基本符合。

一、前 言

固体火箭发动机喷管在发动机工作过程中,要承受高温、高压、高速燃气流的冲刷作用,作条件非常恶劣。喷管是发动机的重要组成部分,复合结构喷管的喉衬则是喷管的关键零件。喉衬的设计、工作的可靠性问题,直接影响发动机的性能与工作的可靠性。而评价发动机结构设计的可靠性,主要依据是对其力学性能的评估。为了分析复合结构喷管喉衬在发动机工作过程中的力学特性,必须具备完善的理论模型、有效的计算方法、可靠地实验方法以及先进的测试技术。

建立和完善喷管力学特性的预示理论,掌握喉衬二维应力场理论预示的有效方法和可靠地实验分析方法,考查喉衬应力场的分布规律,是有效地设计和研制固体火箭发动机所必须解决的课题。因此,开展喉衬应力场的理论预示和实验研究工作,有重要实际意义。

二、理论分析与模化

喉衬为几何轴对称结构,材料为KS-9石墨,如图1所示。

喉衬的应力场主要是由温度梯度产生的变温载荷和燃气压力载荷而引起的。温度场和内压可视为轴对称,约束条件也可以视为轴对称。这样,实际上的三维问题就变成了只与坐标 x (轴向)、 r (径向)有关的二维问题。喉衬的应力场只是 x 、 r 和时间 t 的函数。

由于KS-9石墨属横观同性材料,其热物性参数沿轴向和径向有较大的差别,为了使理论预估更接近实际情况,本计算中考虑了材料的方向性。为了便于分析,作如下假设

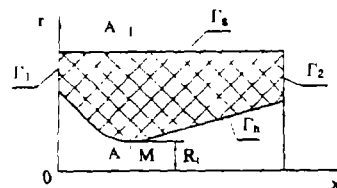


图1 KS-9石墨喉衬

1. 作用在喉衬上的载荷只有变温和内压载荷, 且为轴对称的。
2. 边界条件的处理: 喉衬的前、后端面 Γ_1, Γ_2 视为自由边界; 外边界被高硅氧玻璃钢绝热层环绕, 此绝热层粘接在 45° 钢壳体上, 而壳体的弹性模量较石墨高数十倍, 所以, 计算中把 Γ_3 视为固定边界; 内边界 Γ_4 受燃气压力作用 (参见图1)。
3. 材料的热物性参数: x 和 $\rho\theta$ 轴方向上的弹性模量 E_x, E_r , 泊松比 μ_x, μ_r , 线膨胀系数 α_x, α_r , x 轴上的剪切模量都取为常数。

三、基本方程

喷管喉衬应力场的预示按准静态处理。喉衬应力场的计算是在喷管流场、温度场计算^[1,2]的基础上进行的。为了节省数据准备和处理方面的工作, 本文将喷管流场、喉衬温度场和应力场的计算联合起来一体化考虑。用有限元法进行喉衬应力场的理论预示。

考虑到喉衬几何形状不太复杂, 故采用三角形三节点单元。由于喉衬是轴对称迴转体, 故子午面上的三角形单元实际上为三棱圆环单元, 如图2所示。

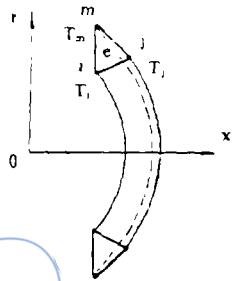


图2 计算模型

单元 e 中任意一点的位移列阵 $\{f\}$ 与节点位移列阵 $\{\delta\}^e$ 的关系式^[3]为

$$\{f\} = [u \ v]^T = [N]\{\delta\}^e \quad (1)$$

式中, u 为轴向位移, v 为径向位移。 $[N]$ 为形函数矩阵, $[I]$ 为二阶单位矩阵, 可以写成分块形式

$$[N] = [N_1, N_2, N_3], \quad N_i = (2A)^{-1}(a_i + b_i x + c_i r) \quad (i, j, m) \quad (2)$$

A 为三角形单元的面积, 其表达式为

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & r_i \\ 1 & x_j & r_j \\ 1 & x_m & r_m \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(b_i c_j - b_j c_i) \quad (3)$$

$$\text{其中,} \quad a_i = x_j r_m - x_m r_j, \quad b_i = r_j - r_m, \quad c_i = x_m - x_j \quad (i, j, m) \quad (4)$$

轴对称问题的单元应变列阵^[3,4]为

$$\{\epsilon\}^e = [B]\{\delta\}^e = [B, B_r, B_m]\{\delta\}^e \quad (5)$$

式中, $[B]$ 称作几何矩阵或应变矩阵, 其子阵表达式为:

$$[B_i] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 & c_i \\ 0 & c_i & f_i & b_i \end{bmatrix} \quad (i, j, m) \quad f_i = (a_i + b_i x + c_i r)/r \quad (i, j, m)$$

由于本计算中网格划分的较细, 单元尺寸较小, 所以单元 e 中任意一点的坐标可以用单元形心坐标近似地替代, 即:

$$x \approx \bar{x} = (x_i + x_j + x_m)/3, \quad r \approx \bar{r} = (r_i + r_j + r_m)/3$$

把由变温引起的应变当作初应变 ϵ_0 , 并设 T^e 为一个单元中的平均温升, 则

$$T^e = \frac{1}{3}(T_i + T_j + T_m) - T_0$$

式中, T_i, T_j, T_m 为三角形单元节点的温度, 如图2所示, T_0 为初温。则

$$\{\epsilon_0\}^e = T^e [\alpha_r \ \alpha_r \ \alpha_r \ 0]^T \quad (6)$$

应力与应变关系的表达式^[3]

$$\{\sigma\}^e = [\sigma_x \quad \sigma_r \quad \sigma_\theta \quad \tau_{rx}]^T = [D](\{\varepsilon\}^e - \{\varepsilon_0\}^e) \quad (7)$$

式中, 弹性矩阵 $[D]$ 只与材料的性质有关, 其表达式^[4]为

$$[D] = \frac{E_s}{D_5} \begin{bmatrix} D_1 & D_3 & D_3 & 0 \\ & D_2 & D_4 & 0 \\ \text{对} & & D_2 & 0 \\ \text{称} & & & n_1 D_5 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中, $D_1 = 1 - \mu_r^2$, $D_2 = n_2 (1 - n_2 \mu_r^2)$, $D_3 = n_2 \mu_r (1 + \mu_r)$, $D_4 = n_2 (\mu_r + n_2 \mu_r^2)$

$D_5 = (1 + \mu_r) (1 - \mu_r - 2n_2 \mu_r^2)$, $n_1 = G_s/E_s$, $n_2 = E_r/E_s$

根据虚功原理, 推导出喉衬结构的有限元基本方程式^[3]为

$$\{P\} + [C]\{T\} = [K]\{\delta\} \quad (9)$$

其中结构刚度矩阵 $[K] = \sum_{e=1}^{ne} [K]^e$, 结构载荷列阵 $\{P\} = \sum_{e=1}^{ne} \{P\}^e$, 系数矩阵 $[C] = \sum_{e=1}^{ne} [C]^e$, 结构位移列阵 $\{\delta\} = [\delta_1 \quad \delta_2 \cdots \delta_n]^T$, ne 为喉衬结构离散的单元总数, n 为喉衬结构离散的节点总数。

1. 单元刚度矩阵

单元刚度矩阵由九个 2×2 阶子阵组成^[3], 将子阵写成统一的格式为 $[K_{ij}]_{2 \times 2}$, 其表达式为

$$[K_{ij}]^e = \frac{E_s \bar{r}}{2AD_5} \begin{bmatrix} D_1 b_i b_j + n_1 D_5 C_i C_j & D_3 b_i (C_j + f_j) + n_1 D_5 C_i b_j \\ D_3 b_j (C_i + f_i) + n_1 D_5 C_j b_i & D_2 (C_i C_j + f_i f_j) + D_5 (f_i C_j + f_j C_i) + n_1 D_5 b_i b_j \end{bmatrix}_{(i,j,m)} \quad (10)$$

2. 单元系数矩阵

$$[C]^e = [C_i \quad C_j \quad C_m]^T \quad (11)$$

$$[C_i]^e = \frac{E_s \bar{r}}{D_5} \begin{bmatrix} (a_i D_1 + 2a_r D_3) b_i \\ [a_r D_3 + a_r (D_2 + D_4)] (C_i + f_i) \end{bmatrix}_{(i,j,m)}$$

3. 单元载荷列阵

$\{P\}^e = [P_j P_m]^T$ 假设燃气作用在边界单元的 jm 边界上的压力为非均匀载荷, 如图3所示。在节点 j 的集度为 P_j , 在节点 m 的集度为 P_m 。 jm 边的长度为 L_{jm} , 为了统一计算格式, 则规定边界单元只有一条边且编号为 jm 的边位于边界 Γ_s 上, 节点 i 与 jm 边相对。这时可以推得单元的载荷列阵为

$$\{P\}^e = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [P_j (3r_j + r_m) + P_m (r_j + r_m)] b_i \\ [P_j (3r_j + r_m) + P_m (r_j + r_m)] C_i \\ [P_j (r_j + r_m) + P_m (r_j + 3r_m)] b_i \\ [P_j (r_j + r_m) + P_m (r_j + 3r_m)] C_i \end{bmatrix} \quad (12)$$

4. 矩阵 $\{T\}$ 可直接利用温度场的计算结果^[2]。

由 (7) 式可知, 温度场理论预估的准确性问题, 通

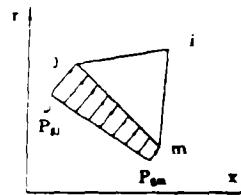


图3 喉衬内边界面力载荷

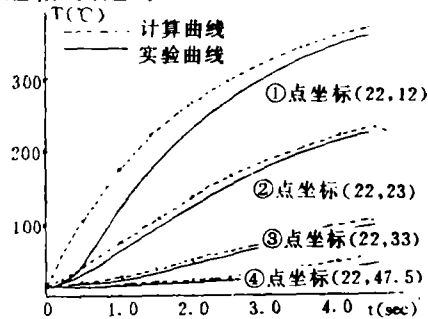


图4 实验值与理论计算结果的比较

过矩阵 $\{\epsilon_s\}^*$ 直接影响到应力场理论预估的准确性。为使应力场的预估建立在较为可靠的基础上,笔者对于喉衬温度场的研究工作,采取了理论与实验分析兼行的办法。用发动机法通过发动点火试验测得的结果,来验证理论计算的结果^[5]。喉径剖面温度场实验值与理论计算结果的比较如图4所示。由图4可见,二者符合较好。在此基础上开展了喉衬应力场的研究工作。

本文采用消去法求解方程组式(9)。由(9)式解出节点位移列向量 $\{\delta\}$ 后,再由(5)式算出各单元的应变,然后由(7)式求得各单元的应力 $\{\sigma\}^*$ 。

为了节约计算机内存,求解 $\{\delta\}$ 时,整体结构刚度矩阵 $[K]$ 采用变带宽一维压缩存储法。这样,与全矩阵存储相比较,本计算中可节约计算机内存为94.4%。

四、计算结果

图5为喉部 M 点轴向应力 σ_x , 径向应力 σ_r , 环向应力 σ_θ , 剪应力 τ_{xr} 随时间的变化曲线。

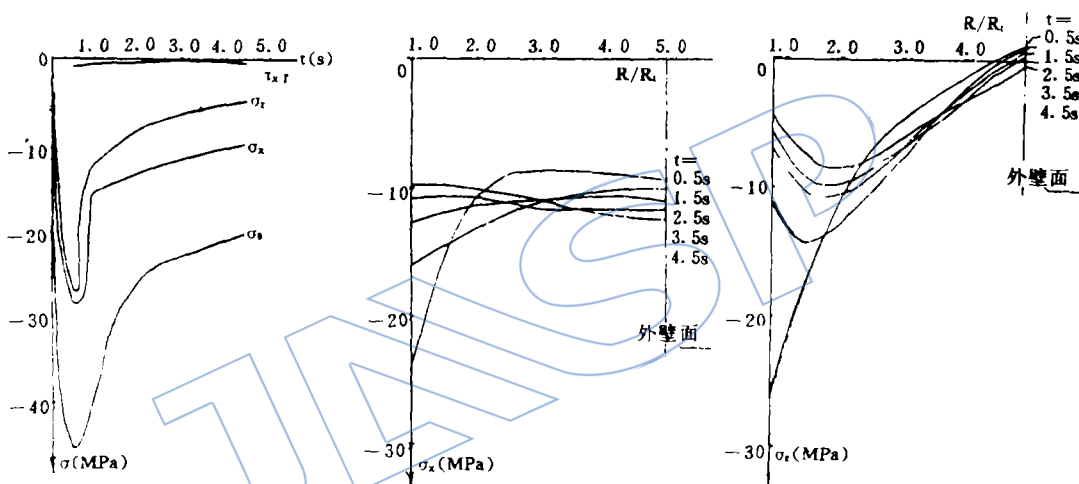


图5 喉部 M 点各应力随时间的变化曲线

图6 喉径剖面轴向应力分布曲线

图7 喉径剖面径向应力分布曲线

图6~图9分别为喉径剖面 $A-A$ 处(参见图1)的轴向应力 σ_x , 径向应力 σ_r , 环向应力 σ_θ , 剪应力 τ_{xr} 的分布曲线。横坐标为 $A-A$ 剖面任意一点的半径 R 与喷喉半径 R_t 之比。从图中可以看出,各点的应力均未超过材料的许用应力,计算说明喉衬在工作过程中是安全的。多次发动机点火试验,也证明了喉衬工作是安全可靠的。这说明本计算是可信的。

前面已提到,为了验证应力场理论计算结果的可靠性,本文将温度场的预估结果与实验结果做了对比,但笔者认为它还不能充分说明最终结果—应力场计算的可靠性问题。为此又采用发动法对喉衬外壁面应力场进行了实验分析,以便验证预估结果。

所谓发动机法就是选用小型固体火箭发动机进行试验,此发动机的喷管为复合结构,通过发动机的点火试验产生高温、高

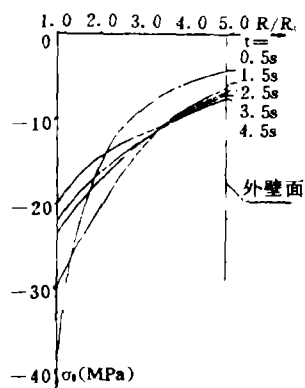


图8 喉径剖面环向应力分布曲线

压、高速燃气流作用于喷管喉衬,与此同时用电测法测定指定点处的应变—应力。用发动机法进行实验应力分析的最大优点是:实验就是在实际的发动机中进行的,喉衬的工作条件是真

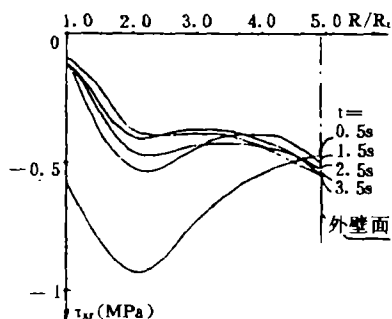


图9 喉径剖面剪应力分布曲线

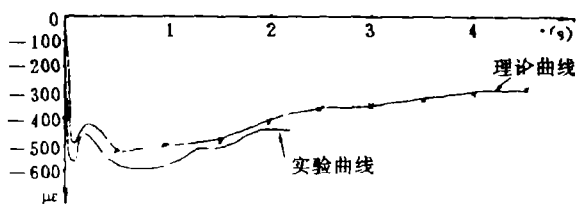


图10 轴向应变实验值与计算结果的比较

实的,故实验结果反映了各种实际因素综合作用的结果。因此,结果比较真实、可信,能够全面评估出石墨喉衬的力学特性。图10所示为距喉衬前端面1.46cm处喉衬外壁面轴向应变的实测与计算结果的比较曲线,二者基本符合。

五、结 论

1. 通过发动机点火试验的考验和与喉衬应力场实测值对比证明:本文提出的计算模型基本反映了发动机喷管喉衬应力场的实际状态,计算结果是可信的。计算得到的基本规律和实验结果相符,其结果可作为工程设计参考。

2. 理论与实验分析相验证,相互促进的研究方法是可取的。喉衬应力场的实验分析工作,在国内尚未见到,进行此项工作难度很大,本文所做的工作仅是初步的尝试,有待进一步完善。

3. 计算表明在发动机启动瞬间,由于压力变化很大,喉衬结构的温度梯度较大,尤其是靠近内壁面处(见图4曲线)。所以应力的变化也大(见图5曲线)。

4. 在应力场计算中,还有一些实际因素没有考虑,如热物性参数随温度的变化,材料层间的实际状态,材料烧蚀的影响等,这些都有待进一步完善,有待进行更深入的分析研究。

参 考 文 献

- [1] AIAA 79-1217
- [2] 孙菊芳,“固体火箭发动机喷管喉衬二维瞬态温度场的研究”,北航科研报告 BH-B2891,1987.9
- [3] 孙菊芳,“有限元法在固体火箭发动机中的应用”(上、下册),北航印刷,1986.2
- [4] 陈国光等,“固体火箭发动机喷管石墨喉衬的温度场和应力场的研究”,推进技术,1983.1.
- [5] 孙菊芳,“固体火箭发动机喷管喉衬瞬态温度场的测试研究”,中国航空科技文献 HJB850323.

DERIVATION OF DIMENSIONLESS EQUATIONS FROM METHOD OF ANALYSIS OF DIRECTIONAL UNIT SYSTEM

Qiu Xuguang

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

ABSTRACT In this paper the dimensionless equations are derived from the method of analysis of directional unit system, and two examples are presented in illustration. The important principle is suggested that the choice and treatment of the unit system in the similarity theory is quite different from those of public unit systems such as SI system or engineering unit system, even though all they must conform to the Gauss's rule of selection of unit system. For the former the flexibility and the particularity is necessary, because in the similarity theory the particular and actually phenomenon is investigated, and for the latter the invariance and the universality is necessary, as it is based on possibility of occurrence of all phenomena.

APPLICATION OF FINITE-ELEMENT METHOD TO CALCULATING STRESS FIELD IN NOZZLE INSERT OF SOLID ROCKET MOTOR

Sun Jufang

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

ABSTRACT The finite-element method is applied to analyzing the two-dimensional stress field in the graphite insert of a composite nozzle under pressure and transient temperature loads in a solid rocket motor. The mechanical models, basic approaches and numerical examples are presented in this paper. The anisotropy of the material is considered in the computation. A compression technique of variable bandwidth is applied to the stiffness matrix $[K]$ of the integral structure in order to save main storage. The calculated results are agreed with the experimental data very well.

TECHNICAL NOTES

A SPLINE INTEGRAL EQUATION METHOD FOR ROTATING VARIABLE-THICKNESS DISC

Liu Xingye and Zheng Jianjun

(Tianjin University)

ABSTRACT The integral equations of rotating disc with variable thickness are derived by means of the ring fundamental solution of elasticity. Then the integral equations are solved by spline function method. Also, this method is applied to the rotating variable-thickness disc with circular